

Reformulation de problèmes

Les exercices de cette feuille sont tirés de différents ouvrages, et en majorité de *Deslandes & Deslandes, Énigmes mathématiques corrigées, éd. Ellipses* (qui lui-même contient beaucoup de grands classiques). Le thème commun à la plupart des problèmes est que certains énoncés peuvent se reformuler de façon à rendre la modélisation mathématique beaucoup plus simple.

Exercice 1. Cinquante fourmis sont lâchées simultanément sur un bâton. Chaque fourmi atterrit sur une partie quelconque du bâton et part dans une direction quelconque. Lorsque deux fourmis se rejoignent, elles se touchent et repartent immédiatement dans des directions opposées. Quand une fourmi arrive au bord du bâton, elle tombe. Le bâton fait un mètre de long et les fourmis avancent à la vitesse d'un mètre par minute.

Au bout de combien de temps est-on certain que toutes les fourmis sont toutes tombées du bâton?

Exercice 2. Un bateau-mouche fait tous les jours le même parcours : il descend une partie de la Seine, fait demi-tour, et remonte à contre-courant jusqu'à son point de départ. Un jour, la vitesse du courant est plus élevée que d'habitude.

Le bateau va-t-il mettre moins, autant, ou plus de temps pour faire l'aller-retour?

Exercice 3. Deux trains partent au même moment de deux villes distantes de 400 km, chacun en direction de l'autre ville, à la vitesse de 200 km/h. Au moment du départ, une mouche posée sur le premier train vole en direction du deuxième train à la vitesse de 400 km/h (!). Dès qu'elle l'atteint, elle repart vers le premier train à la même vitesse, et ainsi de suite jusqu'à ce que les deux trains se rejoignent.

Quelle distance la mouche parcourt-elle au total?

Exercice 4. Bernard va chercher sa fille Adeline tous les jours à l'école. Un jour, Adeline sort exceptionnellement à 15h. N'ayant pas prévenu son père et sachant qu'il arrivera à 16h, Adeline décide de marcher à sa rencontre au lieu d'attendre. Elle marche sur la route habituelle jusqu'à ce qu'elle croise la voiture de son père. Celui-ci la fait monter et ils rentre à la maison. Ils arrivent dix minutes plus tôt que d'habitude.

Combien de temps Adeline a-t-elle marché?

(On suppose que la voiture roule à vitesse constante et qu'il n'y a pas de temps perdu en faisant monter Adeline dedans.)

Exercice 5. [Nénuphar] (Traduit de : Arnold : *77 problems for children 5 to 15*) En Amérique du Sud, il y a un étang circulaire. Tous les ans, le premier juin, un nénuphar apparaît au centre du lac et commence à grandir. Toutes les 24 heures, la superficie du lac couverte par le nénuphar double, et le premier juillet à midi, le lac est tout juste entièrement couvert par le nénuphar.

À quel moment le lac est-il recouvert exactement à la moitié par le nénuphar?

Exercice 6. Deux étudiants qui s'ennuient en cours de probabilités préfèrent jouer au jeu suivant. Le premier commence par mélanger un jeu de 52 cartes classiques et demande au deuxième de deviner la couleur (rouge ou noir) de la première carte. Après la prédiction de son camarade, il lui montre la première carte et lui demande à nouveau de deviner la couleur de la deuxième carte, puis de la troisième et ainsi de suite jusqu'à la fin du paquet.

En adoptant la meilleure stratégie possible, quelle est la probabilité que l'étudiant réussisse toutes ses prédictions sans aucune erreur?

Exercice 7. Dans une complète obscurité se trouvent cent pièces de monnaie. Elles sont mélangées, mais ce qui est sûr c'est que 75 sont du côté pile et 25 du côté face. Comment réussir à les séparer en deux groupes ayant le même nombre de pièces de côté face?

Exercice 8. Les 100 passagers d'un avion embarquent un par un. Ils ont des places numérotées, mais le premier passager décide de s'asseoir sur une place au hasard plutôt qu'à sa place.

Ensuite, chaque passager essaie à tour de rôle de s'asseoir à sa place et si elle est prise, il choisit une autre place au hasard.

Quelle est la probabilité pour que le dernier passager puisse s'asseoir à sa place??

Exercice 9. Dans une île isolée vivent cent Suédois. Ils ne communiquent jamais entre eux de quelque manière que ce soit et ne se voient que le midi pour manger tous ensemble. Si un Suédois apprend qu'il n'a pas les yeux bleus, il doit se suicider à minuit. Les suédois ne possèdent pas de miroir. Tout allait bien jusqu'à ce qu'un jour, un touriste arrive sur leur île et annonce au déjeuner général : « Il y a au moins l'un d'entre vous qui n'a pas les yeux bleus. » Le touriste repart ensuite chez lui. 99 jours (et demi) plus tard, tous les Suédois se suicident. Expliquer.

Exercice 10. [traduit d'Arnold : 77 problems for children 5 to 15] Deux vieilles dames habitent dans deux villages différents, le village *A* et le village *B*. Au lever du soleil, elles partent chacune en direction de l'autre village. Elles se croisent à midi, mais continuent chacune leur chemin, chacune à sa vitesse. La première dame arrive au village *B* à quatre heures de l'après-midi, l'autre arrive au village *A* à neuf heures du soir.

À quelle heure sont-elles parties? À quel endroit se sont-elles croisées?

Exercice 11. Quinze serpents encerclent une souris. Tous les serpents veulent manger la souris mais chaque serpent sait que s'il mange la souris, il s'endormira et se fera manger par un autre serpent.

Que se passe-t-il?

(Les serpents sont affamés mais préfèrent ne rien manger plutôt que d'être mangés juste après. On peut également supposer que si plusieurs serpents décident d'attaquer la souris, il y en a toujours un plus rapide que les autres.)

Exercice 12. [d'après le film *Die Hard 3*] John McClane et Zeus Carver ont à leur disposition trois récipients, d'une contenance respective de 8, 5 et 3 litres. Au départ, le premier est plein et les deux autres sont vides. Expliquer comment ils peuvent, par des mouvements de transvasement, obtenir un récipient contenant exactement 4 litres.

Indications

Exercice 4. Il y a beaucoup d'inconnues. Il ne faut pas forcément essayer de toutes les trouver dès le début, mais se concentrer sur quelques unes.

Exercice 7. On devra forcément en retourner certaines, même sans savoir de quel côté elles sont placées.

Exercice 11. Que se passe-t-il s'il y a moins de serpents?