

# Un peu de géométrie

## Échauffement

**Exercice 1.** [Construction du centre] On donne un cercle  $\mathcal{C}$  (sans son centre). Tracer son centre, si possible de plusieurs façons.

**Exercice 2.** [Cerf-volant] Un quadrilatère non croisé est un *cerf-volant* si  $AB = BC$  et  $CD = DA$ . Montrer que les deux diagonales d'un cerf-volant se croisent à angle droit au milieu de  $[AC]$ .

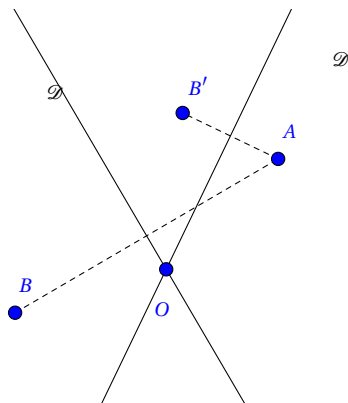
**Exercice 3.** [Losange] Un quadrilatère non croisé est un *losange* si ses quatre côtés ont la même longueur. Montrer que les deux diagonales d'un losange se croisent à angle droit et en leur milieu.

## Cercle circonscrit, triangles isocèles

**Exercice 4.** [Deux réflexions]

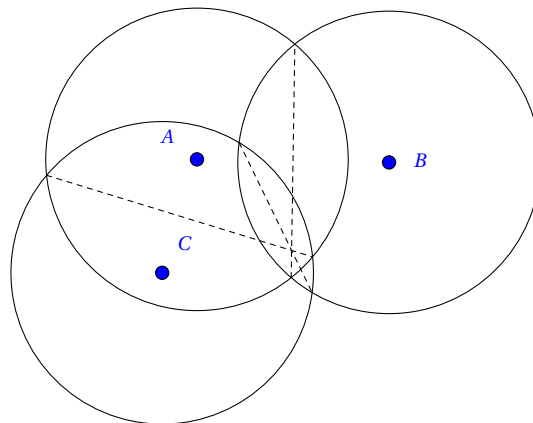
Soient  $\mathcal{D}$  et  $\mathcal{D}'$  deux droites sécantes en un point  $O$ , et  $A$  un point hors de ces droites.

On appelle  $B$  et  $B'$  les symétriques de  $A$  par rapport aux droites  $\mathcal{D}$  et  $\mathcal{D}'$ . Montrer que la médiatrice du segment  $[BB']$  contient le point  $O$ .



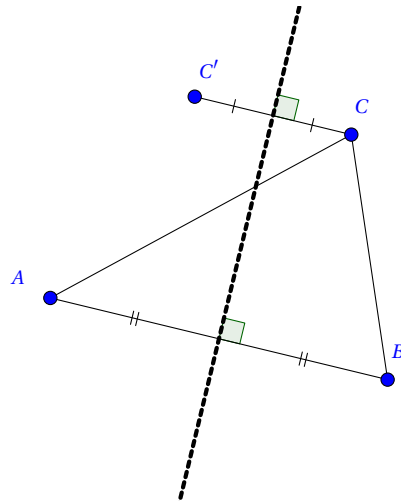
**Exercice 5.** [Cordes concourantes] Soient  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{C}'$  et  $\mathcal{C}''$  trois cercles de même rayon, sécants deux à deux et dont on note  $A$ ,  $B$  et  $C$  les centres.

Montrer que les trois sécantes communes (aux trois paires de cercles) sont trois droites concourantes.



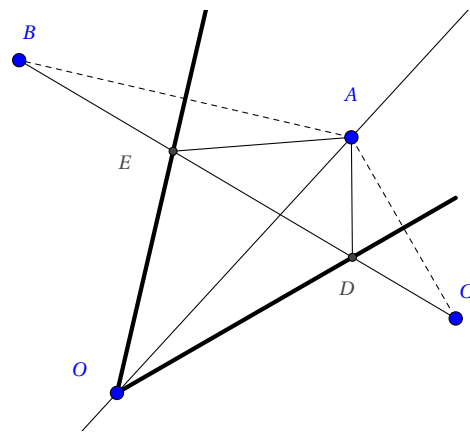
**Exercice 6.** [Triangles inscrits dans le même cercle]

Soit  $ABC$  un triangle,  $\mathcal{D}$  la médiatrice du segment  $[AB]$  et  $C'$  le symétrique de  $C$  par rapport à  $\mathcal{D}$ . Montrer que les deux triangles  $ABC$  et  $ABC'$  ont le même cercle circonscrit.



**Exercice 7.** [Deux réflexions ♡]

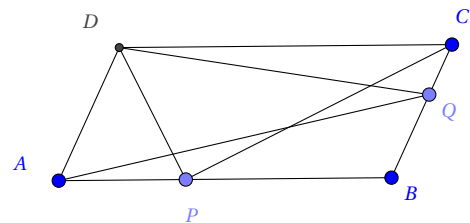
Soit  $A$  un point intérieur à un angle  $xOy$ . On note  $B$  et  $C$  les symétriques de  $A$  par rapport aux bords de l'angle. Le segment  $[BC]$  coupe les bords de l'angle en  $D$  et  $E$ . Montrer que  $[AO]$  est la bissectrice de l'angle  $\widehat{DAE}$ .



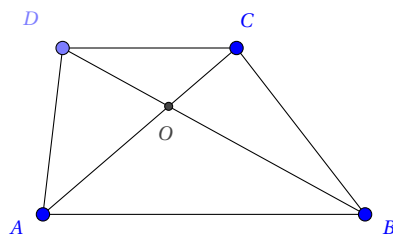
**Aires et périmètres**

**Exercice 8.** [Égalité d'aires]

Soit  $ABCD$  un parallélogramme,  $P$  un point de  $[AB]$  et  $Q$  un point de  $[BC]$ . Montrer que les triangles  $CDP$  et  $DAQ$  ont la même aire.



**Exercice 9.** [Théorème du papillon] Soit  $ABCD$  un trapèze de bases  $[AB]$  et  $[CD]$ , et  $O$  l'intersection de ses diagonales. Montrer que les triangles  $OBC$  et  $ODA$  ont la même aire.



**Exercice 10.** [Triangle dans un pentagone] Soit  $ABCD$  un rectangle,  $E, F, G$  et  $H$  les milieux de ses côtés, et  $I$  le milieu de  $[GF]$ . Que vaut l'aire du triangle  $HEI$ , en fonction de celle du rectangle?

