DM n°2. À rendre avant le 2/10/2013

Exercice 1. On cherche un coupable parmi Alice, Bernard et Charles :

Alice dit que si Bernard est coupable, Charles l'est aussi.

Bernard dit que Alice est coupable et que Charles ne l'est pas.

Charles dit qu'il n'est pas coupable mais que au moins l'un des deux autres l'est.

Soit A (resp. B , C) l'assertion « Alice (resp. Bernard, Charles) est coupable ». On note A' , B' , et C' les affirmations d'Alice, Bernard et Charles.

1. Écrire sous forme logique A' , B' et C' .
2. On sait que chacune des trois personnes ment si et seulement si elle est coupable. Dédurre de la question précédente trois assertions vraies. Simplifier leur expression.
3. Construire la table de vérité de chacune des trois assertions de la question précédente.
4. Qui est coupable ?

Exercice 2. Les fonctions suivantes sont-elles injectives ? Surjectives ?

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \ln(2 + e^x)$.
2. $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x + \frac{\sin(x)}{2}$.
3. $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto e^{\cos(x)}$.

Exercice 3. Résoudre l'équation $2^{x^3} = 3^{x^2}$, d'inconnue réelle x .

Exercice 4. Que peut-on dire d'une fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ périodique et croissante ?