

TD n°7. Calculs de primitives

Exercice 1 (Fractions rationnelles). Calculer les primitives suivantes :

$$\int \frac{5x-12}{x(x-4)} dx, \int \frac{37-11x}{(x+1)(x-2)(x-3)} dx, \int \frac{6x-11}{(x-1)^2} dx, \int \frac{2x+1}{x^2+x-3} dx, \int \frac{2x^2-15x+33}{(x+1)(x-5)} dx.$$

Exercice 2 (Changement de variable). Calculer les primitives suivantes :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x-1}}, \int \frac{e^x}{\sqrt{4-e^x}} dx, \int \frac{dx}{49-4x^2}, \int \frac{dx}{x\sqrt{9-x^4}}, \int e^x \cos(e^x+1) dx$$

Exercice 3 (Intégration par parties). Calculer les primitives suivantes :

$$\int x \ln x dx, \int x^2 e^{-x} dx, \int e^{3x} \cos 2x dx, \\ \int \sin x \ln(\cos x) dx, \int x^3 e^{-x^2} dx, \int x^3 \operatorname{sh} x dx, \int x^3 \cos x^2 dx.$$

Exercice 4 (Fractions en sinus et cosinus). Calculer les primitives suivantes :

$$\int \cos x \sin^4 x dx, \int \cos^6 x dx, \int \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x} dx, \int \frac{\sin^3 x}{1+\cos x} dx, \int \frac{dx}{\cos^4 x + \sin^4 x}, \\ \int \frac{\cos x}{1+\sin 2x} dx, \int \frac{\cos^3 x}{\sqrt{1+\sin x}} dx, \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\sin x}} dx, \int \frac{dx}{2+\sin x}.$$

Exercice 5. Calculer les primitives des fractions rationnelles suivantes.

$$\frac{x^3}{x^2-4}, \frac{4x}{(x-2)^2}, \frac{1}{(x^2+2x-1)^2}, \frac{x^3+2}{(x+1)^2}, \\ \frac{x+1}{x(x-2)^2}, \frac{(x^2-1)(x^3+3)}{2x+2x^2}, \frac{1}{1-x^2}, \frac{1}{x^3-7x+6}.$$

Exercice 6. Calculer les primitives des fonctions suivantes.

$$e^{\sin^2 x} \sin 2x, \cos^5 x, (\operatorname{ch} x)^3, \cos^4 x, (\operatorname{sh} x)^4, x^3 e^x, \\ \ln x, \operatorname{ch} x \sin x, \frac{1}{\sin x}, \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}}, e^{ax} \cos bx, \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{ch} x + \operatorname{sh} x}.$$