Remarques sur l'interrogation n°2.

Les erreurs de rédaction suivantes ont coûté en général au moins la moitié des points.

1. Fautes de calcul, de lecture d'énoncé etc : quasiment aucun point, vous devriez être concentré et vous relire, c'est vraiment le minimum. Beaucoup de points à gagner facilement aux prochains DS en travaillant votre concentration.
2. Remarque générale : une copie ne doit pas juste contenir une juxtaposition de phrases et de calculs en vrac permettant (avec du travail) de me convaincre que vous avez compris. Ce qui est écrit doit avoir une structure grammaticale correcte, avoir un sens mathématique bien défini, être vrai, *et répondre clairement à la question.* En particulier, aligner des calculs sans connecteur logique entre les propositions n'a aucun sens. Dans la plupart des cas, chaque proposition entraine la suivante ; il faudrait mettre « donc, ... » Cela dit, ce n'est pas toujours le cas : des fois, une ligne est en fait la justification de la ligne précédente, auquel cas le connecteur logique est inversé, il faudrait pas exemple écrire « en effet, ... » Dans tous les cas ce n'est pas au lecteur de deviner un sens correct.
3. Copie qui commence par « $|x+2| = x^2+4x-2 \Leftrightarrow ...$ » : symbole x non défini. Idem pour « donc $S = \{8;9\}$ ». Qui est S (parfois, vous séparez des cas, il y a plusieurs « S ») ?
4. Lors d'une résolution d'équation par analyse puis synthèse, vous devez vérifier si les solutions potentielles sont vraiment toutes des solutions. On demande une *véritable* vérification, pas juste la phrase « réciproquement, on vérifie que ces éléments sont solution, » qui fait très mauvais effet lorsque certains éléments n'étaient en fait pas solution. Remarque : en général, une vérification se fait rapidement.
5. Ne pas commencer la copie en recopiant l'énoncé. Par exemple : « 1) a) $|x+2| = x^2+4x-2$, avec $x \in \mathbb{R}$. » Même si vous avez défini x, pourquoi écrire cela ? C'est une proposition mathématique qui dépend de x, qui peut être vraie ou fausse, c'est tout. Au mieux, c'est inutile, au pire, une erreur s'est glissée, ou alors un symbole n'est pas défini, etc.
6. Si vous séparez deux cas lors de la résolution d'une équation, assurez-vous que ces deux cas couvrent tous les cas possibles.
7. Attention aux symboles mathématiques $\forall$, $\exists$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$, etc :
   (a) Le symbole $\forall$ n'est pas une abréviation, et ne sert pas à définir un symbole que l'on va utiliser par la suite. Ce symbole est utilisé pour écrire une proposition mathématique du type « $\forall x \in E,\ A(x)$ », c'est tout. Ne pas écrire « $\forall x \in \mathbb{R}$ » à la place de « Soit x un réel. »
   (b) Il est incorrect d'appliquer une fonction à une égalité et de dire que l'égalité obtenue est équivalente. Il y a juste une implication. Par exemple, si x est réel, alors $x = 0$ n'équivaut pas à $\cos(x) = 1$.
   (c) Pour une inégalité, il faut également justifier, *même pour une simple implication.* En général, même l'implication est fausse : on ne peut même pas appliquer une fonction à une inégalité et conserver l'inégalité (en général). Par exemple, si x est un réel, alors $x > 0$ n'implique pas $\cos(x) > \cos(0)$, manifestement (un cosinus est inférieur à 1). Si vous écrivez « $ln(x) \geq 3 \Rightarrow x \geq e^3$ », vous *devez justifier* (croissance). Si vous écrivez « $ln(x) > 3 \Leftrightarrow x > e^3$ », vous devez justifier plus.
   (d) Utilisation incorrecte d'équivalences ou implications comme connecteurs logiques, ou en mélangeant les deux de façon incorrecte. Exemple : « Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors $x+2 = x^2+4x-2 \Leftrightarrow x^2+3x-4 = 0$. Donc $x = 1$ ou $x = -4$ ». L'équivalence est certes correcte (elle ne dépend pas de x) mais elle ne dit pas si l'assertion $x^2+3x-4 = 0$ est vraie ou non. On ne peut en aucun cas conclure que $x = 1$ ou $x = -4$. Des phrases correctes mais au sens différent sont : « Soit $x \in \mathbb{R}$. Si $x+2 = x^2+4x-2$, alors $x = 1$ ou $x = -4$, » ou encore, « Soit $x \in \mathbb{R}$. Supposons que $x+2 = x^2+4x-2$. Alors $x = 1$ ou $x = -4$ » ou enfin : « Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors $x+2 = x^2+4x-2 \Leftrightarrow (x = 1 \text{ ou } x = -4)$. »

(e) De façon générale, j'ai bien dit d'être rigoureux avec les implications et équivalences, et de s'en méfier : à vouloir économiser cinq mots et deux virgules, vous utilisez parfois de façon incorrecte un symbole mathématique qui a un sens très précis, et vous en payez le prix.

8. Dans un exercice nécessitant un calcul de domaine de définition d'expression, souvent on commence par « Soit $x \in \mathbb{R}$. L'expression (...) a un sens ssi $x \in]5, 10\pi[$. » Bien, c'est correct et c'était ce qui était demandé pour commencer. Cela n'empêche pas que x est toujours un réel quelconque et que l'expression n'est pas encore bien définie. Si vous voulez qu'elle ait effectivement un sens et ensuite la manipuler, vous *devez* repréciser « Soit maintenant $x \in]5, 10\pi[$. Alors, ... ». Faute de quoi, les propositions mathématiques que vous écrirez n'auront soit pas de sens, soit un sens mais parfois incorrect. Ceci a abouti a des erreurs très concrètes de solution d'équation (trop ou pas assez de solutions).
9. Le domaine de définition et de dérivabilité ne sont pas en général les mêmes. Pour le domaine de définition, il suffit de regarder l'expression et de voir quand est-ce qu'elle a un sens. Pour la dérivabilité, on applique les théorèmes du cours sur la dérivabilité de composées, produits, puissances etc. Attention, la racine carrée d'une fonction (positive, dérivable sur $\mathbb{R}$) n'est pas dérivable sur $\mathbb{R}$. Exemple : f, $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{1 + \cos(x)}$ a une infinité de points de non-dérivabilité. Pourtant $1 + \cos$ est positive et dérivable.
10. Pour la première question (résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x+2| = x^2+4x-2$), voyez-vous ce qui pourrait être amélioré dans ce qui suit (à part le fait que les calculs ne sont pas détaillés) ? *Soit* $x \in \mathbb{R}$. *Supposons* $x \geq -2$. *Alors* $x + 2 = x^2 + 4x - 2 \Leftrightarrow x = 1$. *Supposons à l'inverse* $x < -2$. *Alors* $-x - 2 = x^2 + 4x - 2 \Leftrightarrow x = -5$. *Donc les solutions de l'équation sont* 1 *et* -5. »
11. Imaginons qu'un exercice demande de déterminer le domaine de définition de $x^2 + \ln(x)$. Comprenez-vous pourquoi les deux phrases suivantes ne répondent pas à la question (bien qu'elles soient correctes) ?
    (a) « Soit $x \in \mathbb{R}$. Pour que $x^2 + \ln(x)$ soit défini il faut que $x > 0$. »
    (b) « Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors $x^2 + \ln(x)$ est défini si $x > 0$. »

    Sinon, considérez les deux phrases suivantes, également correctes :
    (a) « Soit $x \in \mathbb{R}$. Pour que $x^2 + \ln(x)$ soit défini il faut que $x > -10$. »
    (b) « Soit $x \in \mathbb{R}$. Alors $x^2 + \ln(x)$ est défini si $x > 5$. »
12. Attention aux variables muettes : si f est une fonction réelle, on ne peut pas écrire :

    « On a : $(\forall M \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, f(x) \geq M)$.
    Donc, $f(x)^2 \geq M^2$ et donc ... »

    Pourquoi ? Les symboles M et x sont des variables muettes (ou internes) dans la proposition quantifiée, celle entre parenthèses. Elles n'existent pas en-dehors de cette parenthèse. La proposition entre parenthèses ne parle pas de x ni de M qui d'ailleurs n'ont pas été définis avant : elle dit que f n'est pas majorée. Écrire ces deux lignes, c'est *exactement* écrire ceci :

    « f n'est pas majorée. Donc $f(x)^2 \geq M^2$ et donc... ».

    Ca n'a clairement pas de sens, on ne sait pas qui est x ni M.
13. Pour conclure, je rappelle encore une fois que définir les symboles est nécessaire. Par exemple, prenez une copie commençant une question par :
    « $\sqrt{x^2 + 3x + 2}$ est défini ssi $x^2 + 3x + 2 \geq 0$, autrement dit ssi $|x + \frac{3}{2}| \geq \frac{1}{2}$. »
    Ca a l'air bien de loin, mais le symbole x n'est pas défini, ça ne va pas. Si vous pensez que x est bien évidemment un réel, considérez les situations suivantes :
    (a) x pourrait parfaitement être un complexe : dans ce cas, $|x + \frac{3}{2}|$ est un module de nombre complexe, par contre dire qu'un nombre complexe est supérieur ou égal à zéro n'a pas de sens, et prendre sa racine carrée encore moins : il n'y a pas de fonction racine carrée sur $\mathbb{C}$.
    (b) x pourrait être un entier naturel. Or, la quantité $\sqrt{x^2 + 3x + 2}$ a un sens pour tout $x \in \mathbb{N}$: c'est par cela qu'il faudrait conclure pour être clair.