Nom :

# Interrogation n°3. Répondre sur cette feuille.

1. Soient $A$ et $B$ des ensembles, et $f : A \to B$ une application. Écrire à l'aide de quantificateurs les propositions suivantes :
   (a) $f$ est injective ;
   (b) $f$ est surjective ;
   (c) $f$ n'est pas injective ;
   (d) $f$ n'est pas surjective.
2. Avec les mêmes notations, définir la phrase « $f$ a une fonction réciproque. »
3. Avec les mêmes notations, si $C$ est un autre ensemble et $g : B \to C$ une autre application, montrer que si $g \circ f$ est injective, alors $f$ est injective.
4. Montrer qu'une fonction strictement croissante de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est injective.
5. On considère la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^2 - 2x - 1$.
   (a) Étudier la fonction.
   (b) La fonction est-elle injective ?
   (c) Est-elle surjective ?
   (d) Quelle est son image ?
   (e) Quelle est l'image réciproque de $\mathbb{R}_+$ ? de $\mathbb{R}_-$ ?