

Calculs et Maths — Épreuve du 10 octobre 2014

Tous documents, calculatrices, téléphones et accès réseau interdits. Souligner les résultats intermédiaires et encadrer les résultats finaux. Le soin sera noté sur un point. Durée : 1h.

Exercice 1. Soient z et w deux nombres complexes. Montrer que $\overline{zw} = \bar{z}\bar{w}$.

Exercice 2. Calculer $\cos(331\pi/6)$.

Exercice 3. Résoudre sur \mathbb{C} l'équation $z^2 = 1 + i\sqrt{8}$.

Exercice 4. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation $|x - 1| = 2x - 1$.

Exercice 5. Si x est un réel, on considère les expressions suivantes :

$$f_1(x) = \cos(\ln(2x - 1)); \quad f_2(x) = \sqrt{\frac{x - 2}{2x - 5}};$$

$$f_3(x) = \ln(\ln(x - 1) - 1); \quad f_4(x) = \ln(3 - \sqrt{2x + 1}).$$

1. Préciser les domaines de définition $\mathcal{D}_1, \dots, \mathcal{D}_4$ des expressions.
2. Pour chacune des fonctions f_1, \dots, f_4 ainsi définies sur ces domaines, on note $\mathcal{D}'_1, \dots, \mathcal{D}'_4$ leurs domaines de dérivabilité, que l'on ne cherchera pas à préciser. Calculer la dérivée de chaque fonction, sur son domaine de dérivabilité.

Exercice 6. Étudier la fonction $f(x) = e^{-x^2} \sqrt{x^2 - 1}$: domaine de définition, parité ou imparité éventuelle, limites aux bornes du domaine de définition. Ensuite, domaine de dérivabilité, dérivée, signe et annulation de la dérivée, tableau de variations, maxima et minima locaux.