
Calculs et Mathématiques

Épreuve du 09 octobre 2015

Documents, calculatrices et accès réseau interdits.

Durée 1h.

Le sujet comporte trois pages, la troisième est à rendre.

Consignes et conseils : Soulignez les résultats intermédiaires et encadrez les résultats finaux. Le soin sera noté.

Il est conseillé de faire peu de brouillon et de rédiger directement au propre lorsque c'est possible, quitte à recommencer sur une autre copie en cas d'erreur. Vous n'aurez sans doute pas le temps de faire tout le sujet au brouillon puis de recopier.

Le sujet est noté sur un peu plus de 20 points, il n'est donc pas nécessaire de le faire en totalité pour avoir 20. Privilégiez la qualité sur la quantité.

Exercice 1. Pour chacune des questions une seule des quatre affirmations A , B , C et D est vraie. Déterminer celle qui est vraie. Aucune justification n'est demandée.

Toute réponse juste est comptée +1 point, toute réponse fausse est comptée -0.25 point et une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total sur l'exercice est négatif, la note est ramenée à 0.

Pour répondre, vous devez utiliser **impérativement le tableau fourni page 3**.

1. Le nombre réel $e^{-3\ln 4}$ est égal à :

$$A : -12 \quad B : \frac{1}{12} \quad C : \frac{1}{81} \quad D : \frac{1}{64}$$

2. Pour tous réels a et b strictement positifs, le nombre réel $e^{-\ln a} + e^{\ln b}$ est égal à :

$$A : b - a \quad B : \frac{ab + 1}{a} \quad C : \frac{b}{a} \quad D : -ab$$

3. Le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x) = \frac{x-1}{\ln(x-1)}$ est :

$$A :]0, +\infty[\quad B :]1, 2[\cup]2, +\infty[\quad C :]1, +\infty[\quad D :]0, 1[\cup]1, +\infty[$$

4. La dérivée sur \mathbb{R} de la fonction $x \mapsto \sqrt{e^{5x}}$ est la fonction :

$$A : x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{e^{5x}}} \quad B : x \mapsto \frac{5}{2}e^{\frac{5x}{2}} \quad C : x \mapsto 5\sqrt{e^{5x}} \quad D : x \mapsto \frac{5}{2\sqrt{e^{5x}}}$$

Exercice 2. Donner (sans justification) la formule de trigonométrie pour $\sin(a - b)$, a et b étant des réels.

Exercice 3. 1. Soit z un complexe. Donner la définition de \bar{z} .

2. Soient z et w deux complexes. Prouver que $\overline{z\bar{w}} = \bar{z} \cdot \bar{w}$.

Exercice 4. Calculer $\sin(551\pi/6)$.

Exercice 5. Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}$ de l'équation

$$\ln(x - 3) + \ln(x - 4) = \ln|x - 5|$$

et la résoudre sur ce domaine. (On rappelle que $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$.)

Exercice 6. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation $\sin(2x) + \sin(x) = 0$.

Exercice 7. Résoudre sur \mathbb{C} l'équation $z^2 = -12 - 16i$.

Exercice 8. On considère la fonction g définie par l'expression suivante, où x est un réel :

$$g(x) = \ln(4 + 3x - x^2) + \frac{1}{x + 1}.$$

1. Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D} de la fonction g .
2. Déterminer la limite suivante

$$\lim_{x \rightarrow -1, x > -1} \left(\ln(x + 1) + \frac{1}{x + 1} \right)$$

puis déterminer les limites de g au bord de son ensemble de définition.

3. Préciser en justifiant le domaine de dérivabilité de g puis calculer la dérivée de g .
4. Dresser le tableau de variations de g .

QCM Calculs et Mathématiques

Nom :

Prénom :

Numéro de groupe :

Pour éviter la fraude, l'ordre des questions dans le tableau est différent suivant les énoncés. Il est donc inutile de regarder sur le sujet du voisin et surtout prenez bien garde de bien répondre sur la bonne ligne !

Questions	Réponses			
	A	B	C	D
Question 1				
Question 2				
Question 3				
Question 4				

v1