

TD n°7 : Équations différentielles.

## 1 Équations d'ordre 1.

1. Résoudre chacune des équations différentielles suivantes :

(a)  $y' + y/t = 0$ .

(b)  $y' + (\sin t)y = 0$ .

(c)  $y' + y = \frac{1}{1+e^t}$ .

2. Résoudre les problèmes de Cauchy suivants :

$y' + y = \frac{1}{1+e^t} + t$ ;  $y(0) = 1$ .

$y' + \frac{\cos^2 t}{\operatorname{ch} t} e^t y = 0$ ;  $y(1) = 0$ .

3. Résoudre chacune des équations différentielles suivantes :

(a)  $y' - 3y = 2$ .

(b)  $y' + 2y = e^{2t}$ .

(c)  $y' - 5y = e^{5t}$ .

(d)  $y' + 3t^2 y = t^2$ .

(e)  $y' - y = \sin t$ .

(f)  $(1 + t^2)y' - ty = 1 + t + t^2$ .

4. On considère l'équation différentielle

(E)  $(1 - t^2)y' - 2ty = 1$ .

(a) Résoudre sur  $] -1, +1[$  l'équation différentielle (E).

(b) Déterminer la solution qui pour  $t = 0$  prend la valeur 1.

(c) Résoudre (E) sur  $] -\infty, -1[$ .

5. Résoudre les équations différentielles suivantes, en précisant soigneusement l'intervalle de résolution :

(a)  $(\cos t)y' - (\sin t)y + \cos t = 0$ .

(b)  $y' + (\operatorname{tg} t)y = \sin t$ .

(c)  $t^3 y' + 4(1 - t^2)y = 0$ .

(d)  $y' + (\operatorname{tg} t)y = \cos t$ .

(e)  $(\operatorname{tg} t)y' + y - \sin t = 0$ .

## 2 Équations du second ordre.

1. Résoudre les équations différentielles suivantes :

(a)  $y'' - 5y' + 6y = 0$ .

(b)  $y'' - 3y' = 0$ .

(c)  $y'' - 2y' + 2y = 0$ .

2. Résoudre les équations différentielles suivantes :

(a)  $y'' + 2y' - 8y = e^{3t}$ .

(b)  $y'' - 3y' - 18y = te^{4t}$ .

(c)  $y'' - 10y' + 41y = \sin t$ .

(d)  $y'' - y' = t + 1$ .

(e)  $y'' - 2y' + 5y = t \cos 2t$ .

(f)  $y'' - 6y' + 9y = 4e^{3t}$ .

(g)  $y'' - 2y' + 2y = te^t \sin t + 3$ .

3. Résoudre les équations différentielles suivantes :

(a)  $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3t}}{1+e^t}$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = -1$ .

(b)  $y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2t}}{(t-1)(t+2)}$ ,  $t \in ]-2, 1[$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ .