

Détecter rapidement les erreurs

20 novembre 2011

Quelles assertions sont vraies ? On demande surtout de détecter la présence d'une erreur le plus rapidement possible, et ensuite de corriger la faute.

1. Soient u_0 et u_1 deux réels, et (u_n) la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$. Alors on a $u_n = 2u_0 + u_1 - (u_1 - u_0)2^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0, u_1 = 1$ et $u_{n+2} = u_{n+1} - u_n$. Alors, on a pour tout entier $n : u_n = 3^n - 2^n$.

3. La matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est son propre inverse.

4. La matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est son propre inverse.

5. Le nombre complexe i est racine triple de $X^5 - X^4 + 2X^3 - 2X^2 + X - 1$.

6. On a la décomposition en éléments simples :

$$\frac{X^2 + 1}{(X^2 - 1)^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{(X - 1)^2} - \frac{1}{X - 1} - \frac{1}{(X + 1)^2} + \frac{1}{X + 1} \right).$$

7. On a la décomposition en éléments simples :

$$\frac{X^4 + 1}{(X^2 + X + 1)^2} = \frac{X + \frac{1}{2}}{(1 + X + X^2)^2} + \frac{X - \frac{1}{2}}{1 + X + X^2}.$$