

LCMA1 — Groupe 1  
Interrogation de rentrée  
Durée : 20 minutes

12 Septembre 2011

Calculatrices interdites. Justifiez rapidement vos réponses.

1. Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation  $x^2 + x - 1 = 0$  (autrement dit : trouver tous les réels  $x$  tels que  $x^2 + x - 1 = 0$ ).

2. Résoudre sur  $\mathbb{C}$  l'équation  $x^2 + x + 1 = 0$ .

3. Mettre le nombre complexe  $\frac{1}{1+i}$  sous forme algébrique, c'est-à-dire trouver les deux réels  $a$  et  $b$  tels que  $a + ib = \frac{1}{1+i}$ .

4. Résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

5. Soit  $f$  la fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ , qui à un réel  $x$  associe  $\sin(\cos(x))$ . On admet qu'elle est dérivable. Calculer sa dérivée.

6. Soit  $v_0$  un nombre réel, et  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite de nombres réels définie par la formule de récurrence  $v_{n+1} = \frac{v_n}{2}$ , pour tout entier positif  $n$ . On admet que la suite  $(v_n)$  a une limite. Calculer la limite.

7. Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite de nombres réels définie par :  $u_0 = 0$  et, si  $n$  est un entier positif,  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2$ . Montrer que  $(u_n)$  a une limite, égale à 4.