

Liste d'exercices n°7 ter : primitives (entraînement)

1. Les fonctions rationnelles suivantes sont déjà décomposées sur \mathbb{R} . On demande de donner leur domaine de définition, puis de donner une primitive, puis enfin de donner toutes les primitives.

$$\frac{x}{3x^2 + 2} \quad , \quad \frac{7}{2x^2 + 2x + 1} \quad , \quad \frac{4x + 1}{x^2 + 2x + 2} \quad , \quad \frac{3x}{x^2 + 2x + 2} \quad , \quad \frac{6x + 1}{3x^2 + x + 1} \quad .$$

2. Donner les domaines de définition des fonctions suivantes, puis une primitive en effectuant (pour commencer) le changement de variable demandé.

- (a) $e^x \sin(e^x)$, en posant $u = e^x$.
- (b) $\sin(x) \cos(x)$ en posant $u = \sin(x)$.
- (c) $\sqrt{\cos(x)} \sin(x)$ en posant $u = \cos(x)$.
- (d) $\cos(x)e^{\sin(x)} \cos(e^{\sin(x)})$ en posant $u = \sin(x)$ puis $v = e^u$.
- (e) $\frac{1}{\sqrt{2-x^2}}$ en posant $u = x/\sqrt{2}$.
- (f) $\frac{1}{\sqrt{x^2-2}}$ en posant $u = x/\sqrt{2}$.
- (g) $\frac{1}{\sqrt{2-3x^2}}$ en posant $u = \frac{x\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.
- (h) $\frac{1}{\sqrt{3+x^2}}$ en posant $u = x/\sqrt{3}$.
- (i) $\frac{1}{\sqrt{x^2+x+1}}$ en posant $u = x + \frac{1}{2}$.
- (j) $\frac{1}{\sqrt{x^2+4x+1}}$ en posant $u = x + 2$.
- (k) $\frac{ch(x)}{1+sh(x)^2}$ en posant $u = sh(x)$.
- (l) $\frac{Arctan(x)}{1+x^2}$ en posant $u = Arctan(x)$.
- (m) $\frac{e^x}{\cos(e^x)^2}$ en posant $u = e^x$.
- (n) $\frac{x}{\sqrt{1+x}}$ en posant $u = \sqrt{1+x}$.
- (o) $\frac{1}{1+e^{2x}}$ en posant $u = e^x$.
- (p) $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ en posant $u = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$.
- (q) $\frac{x}{\sqrt{3-x^2}}$ en posant $u = x/\sqrt{3}$.
- (r) $x\sqrt{x^2-3}$ en posant $u = x/\sqrt{3}$.
- (s) $\sqrt{x^2+3}$ en posant $u = x/\sqrt{3}$.

3. Calculer par intégration par parties (en intégrant 1) les primitives de Arcsin, Arccos, Arctan, Argch, Argsh, Argth.

4. Calculer par une IPP une primitive de $(x+2)\cos(x)$ et de $x^2\sin(x)$.