

Interrogation de rentrée. Nom et prénom :

Calculatrices interdites. Il est demandé de répondre aux questions sur cette feuille, et de justifier les réponses.

1. Mettre le nombre complexe $\frac{1}{1+i}$ sous forme algébrique, c'est-à-dire trouver les deux réels a et b tels que $a + ib = \frac{1}{1+i}$.

2. Résoudre sur \mathbb{C} l'équation $z^2 + z + 1 = 0$, autrement dit trouver tous les nombres complexes z tels que l'on ait $z^2 + z + 1 = 0$

3. Résoudre le système d'équations $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$, d'inconnues réelles x et y .

4. On définit une fonction de variable réelle par $f : x \mapsto \frac{1}{x+1} + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$. Quel est le domaine de définition de f ? Démontrer que la fonction est négative (on pourra auparavant tracer un tableau de variation en justifiant).