

Interrogation no. 2.

Calculatrices et documents/accès réseau etc interdits. Le barème est susceptible d'être modifié.

1. (6 pts) Question de cours : soient z et z' deux complexes. Montrer que $|z + z'| \leq |z| + |z'|$.
2. (6 pts)
 - (a) Mettre $\frac{1+i}{\sqrt{3}+i}$ sous forme algébrique.
 - (b) Mettre $\frac{1+i}{\sqrt{3}+i}$ sous forme exponentielle.
 - (c) Dédire des questions précédentes la valeur de $\cos(\pi/12)$ et de $\sin(\pi/12)$.
3. (6 pts) Résoudre l'équation $z^2 - (3 + 3i)z - 2 + 6i = 0$, d'inconnue $z \in \mathbb{C}$.
4. (6 pts)
 - (a) Résoudre l'équation $z^2 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$, d'inconnue $z \in \mathbb{C}$ (en cherchant z sous forme algébrique).
 - (b) Résoudre la même équation, en utilisant cette fois la forme exponentielle de $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ (et écrire les solutions sous forme exponentielle).
 - (c) En déduire la valeur de $\cos(\pi/8)$ et de $\sin(\pi/8)$.
5. (2 pts) Résoudre le système d'équations $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$, d'inconnues réelles x et y .
6. (2 pts) On définit une fonction de variable réelle par $f : x \mapsto \frac{1}{2x-1} + \ln\left(\frac{2-x}{x-1}\right)$. Déterminer le domaine de définition de f .