

Interrogation no. 3. Quelques remarques importantes sur les copies.

Remarques générales.

- a) Si x est un réel, l'assertion « x est positif » signifie que $x \geq 0$. c'est différent de « x est strictement positif »!
- b) Essayez vraiment de progresser sur les domaines de définition ! J'en mettrai jusqu'au bout s'il le faut.

Remarques sur les questions de cours.

1. Définition de l'injectivité et surjectivité : ne pas chercher à reformuler les vraies définitions, la plupart du temps ça donne des phrases qui n'ont pas de sens.
2. Il fallait vraiment montrer le résultat !
3. Beaucoup donnent le degré du polynôme dérivé, avec souvent la bonne formule. Ceci ne définit en aucun cas le polynôme dérivé lui-même : le degré ne suffit pas à caractériser un polynôme. Il est également incorrect d'écrire $P = Q \Leftrightarrow \deg(P) = \deg(Q)$: ce n'est pas une équivalence ! Par exemple, $X + 1$ et $5X - 2$ ont même degré. Pourtant, ils ne sont pas égaux.
4. Définition pas sue, parfois il y a des exemples corrects mais la définition est ce qui vous permettra de résoudre un exo en situation réelle. Donc même remarque qu'avec le polynôme dérivé, finalement.
5. Un réel α n'est pas "solution" d'un polynôme. Les formulations correctes sont : « α est racine du polynôme P », ou bien : « α est solution de l'équation $P(z) = 0$, d'inconnue $z \in \mathbb{R}$ ». Ces deux phrases sont équivalentes, par définition de ce qu'est une racine. La formulation la plus courte est celle du cours : soit $P \in K[X]$, et $\alpha \in K$ un scalaire. Alors α est racine de P si et seulement si $P(\alpha) = 0$. Remarque : beaucoup ont oublié de donner la deuxième caractérisation, qui était demandée : α est racine de P si et seulement si $(X - \alpha)$ divise P . Attention, ne pas dire « $(X - \alpha)$ est dans P ».
6. Cours pas su en général.
7. Plusieurs fautes : déjà, quand on dit triple, c'est que la multiplicité est exactement 3, pas au moins 3. Sinon je dis « au moins triple ». Donc il faut vraiment rajouter soit $P^{(3)}(\alpha) \neq 0$, soit que $(X - \alpha)^4$ ne divise pas P . (Et ici on demandait les deux de toute façon.) Deuxième faute : si vous ne mettez que « $P^{(2)}(\alpha) = 0$ et $P^{(3)}(\alpha) \neq 0$ », ça ne suffit pas, il faut vraiment mettre aussi $P(\alpha) = P'(\alpha) = 0$. Pensez au polynôme $P = X^3 + 1$ par exemple : on a bien $P^{(2)}(0) = 0$ et $P^{(3)}(0) \neq 0$, pourtant 0 n'est pas racine triple de P , en fait il n'est même pas racine tout court, à cause du 1.