Interrogation no. 5

Indications : certaines fractions rationnelles ont des parties entières, ou ne sont pas sous forme irréductible, les dénominateurs ne sont pas toujours factorisés sur $\mathbb{R}$. Les exercices ci-dessous couvrent la plupart des cas de figure.

1. Décomposer sur $\mathbb{R}$ la fraction rationnelle
$$R = \frac{X}{(X-6)(X+9)}.$$
2. Décomposer sur $\mathbb{R}$ la fraction rationnelle
$$R = \frac{X+5}{X^2+5X+6}.$$
3. Décomposer sur $\mathbb{R}$ la fraction rationnelle
$$R = \frac{X+5}{X^2+4X+6}.$$
4. Décomposer sur $\mathbb{R}$ la fraction rationnelle
$$R = \frac{X^4+1}{(X+2)(X+3)}.$$
5. Décomposer sur $\mathbb{R}$ la fraction rationnelle
$$R = \frac{X^2-1}{X^3+X^2+X+1}.$$
6. Décomposer sur $\mathbb{R}$ et sur $\mathbb{C}$ la fraction rationnelle
$$R = \frac{X^4+1}{X^3+X}.$$
7. Énoncer la formule de Taylor.
8. Appliquer la formuler de Taylor à X^3+5X^2-X+2 en 2.
9. Décomposer en éléments simples les fractions rationnelles suivantes :
$$\frac{X^3+5X^2-X+2}{(X-2)^2} \quad ; \quad \frac{X^3+5X^2-X+2}{(X-2)^5} \quad ; \quad \frac{X^3+5X^2-X+2}{(X-2)^{2000}}.$$
10. Décomposer sur $\mathbb{R}$ les fractions rationnelles
$$R = \frac{1}{(X^2+1)^2} \quad ; \quad S = \frac{1}{(X^4+2)^2}$$