

## Interrogation no. 6bis : Matrices, inversibilité

1. Condition pour pouvoir multiplier deux matrices et définition du produit.
2. Multiplier les deux matrices suivantes, dans les deux sens possibles :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}.$$

3. Calculer le polynôme caractéristique des matrices suivantes.

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

4. Dire si les deux matrices précédentes sont inversibles et si oui les inverser.
5. Soit  $(u_n)$  une suite telle que  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 4u_{n+1} - 3u_n$ . Exprimer cette relation de récurrence à l'aide d'une matrice. On ne demande pas d'écrire  $u_n$  en fonction de  $n$ .
6. Définition de matrice inversible et preuve que l'inverse est unique, s'il existe.
7. Soient  $A, B \in M_n(K)$  non nulles telles que  $AB = O_n$ . Montrer que  $A$  n'est pas inversible.
8. Soit  $A \in M_n(K)$  telle que  $A^4 = 2A + I_n$ . Est-elle inversible et si oui quel est son inverse ?
9. Soit  $A \in M_n(K)$  telle que  $A^2 = 3A$ . Est-elle inversible et si oui quel est son inverse ?
10. Dire si les matrices suivantes sont inversible et si oui les inverser :

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & -1 \end{pmatrix}; \quad N = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$