

0. Révisions

Quelques exercices faciles (pris pour la plupart dans un cours de TS actuel) sur les systèmes linéaires et la géométrie du plan et de l'espace en coordonnées. Vérifiez que vous êtes au point sur tout ça.

Exercice 1. On considère les droites D_1 à D_6 d'équation $x + y - 2 = 0$, $x + y - 3 = 0$, $x + 2y + 3 = 0$, $3x - 2y - 1 = 0$, $2x + 2y - 3 = 0$ et $7x + 14y + 21 = 0$.

Déterminer $D_1 \cap D_4$, $D_2 \cap D_5$ et $D_3 \cap D_6$.

Exercice 2. 1. Déterminer l'intersection des trois plans d'équation $2x + y - z - 1 = 0$, $x + y + z - 2 = 0$ et $x - y - z = 0$.

2. Même question pour les trois plans $x - y + 2z - 2 = 0$, $3x - 2y + 3z = 0$ et $-x + y - z - 1 = 0$

3. Même question pour les trois plans $x - y + 2z = 1$, $3x - y - z = 2$ et $x + y - 5z = 0$.

4. Même question pour les trois plans $2x + y - 4z = 1$, $-x + y + z = 0$ et $x + 5y - 5z = 0$.

Exercice 3. Dans \mathbb{R}^2 , on considère les droites D_1 et D_2 d'équation $2x + 3y + 4 = 0$ et $y = 3x - 1$. On considère également la droite $D_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R} \right\}$. (Droite passant par $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et

de vecteur directeur $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.)

1. Les points $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -8 \\ 4 \end{pmatrix}$ appartiennent-ils à D_1 ? Et à D_3 ?

2. Les droites D_1 et D_2 s'intersectent-elles? Si oui en quel point?

3. Même question pour D_1 et D_3 .

4. Même question pour D_2 et D_3 .

5. Donner un paramétrage des droites D_1 et D_2 , et une équation pour la droite D_3 .

Exercice 4. Dans le plan \mathbb{R}^2 , donner une équation de la droite passant par les points $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$. Donner ensuite deux paramétrages différents de cette droite.

Exercice 5. Dans l'espace \mathbb{R}^3 , on considère la droite D dont un paramétrage est :

$$D = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R} \right\}.$$

Les points $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -4 \\ -9 \\ 13 \end{pmatrix}$ appartiennent-ils à la droite D ?

Exercice 6. Montrer qu'il existe un unique plan passant par $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. En

donner un paramétrage. Le point $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$ appartient-il au plan ? Donner une équation du plan.

Exercice 7. Donner une équation du plan contenant $\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}$ et dont un vecteur normal est

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$