1. Constructions de base

Les constructions sont à faire à la règle et au compas. Quelques indications sont présentes à la fin de la feuille. Si l'énoncé demande une construction, on demande de 1) rédiger la construction, 2) rédiger la preuve que la construction proposée est exacte, 3) faire une figure précise et assez grande.

Exercice 1.
1. On donne un cercle (sans son centre). Tracer son centre.
2. On donne un cercle $\mathcal{C}$ et un point P en-dehors du cercle. Tracer la tangente à $\mathcal{C}$ passant par P. Même question si P est sur le cercle.
3. On donne deux cercles. Tracer les tangentes communes (extérieures et intérieures) aux deux cercles.

Exercice 2. On donne deux points A et B. Construire un triangle ABC rectangle en C, et tel que $AC = 2AB$.

Exercice 3. On donne deux points A et B. Soit τ la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et M un point du plan. Construire $\tau(M)$.

Exercice 4. Soit $\mathcal{D}$ une droite du plan, et σ la réflexion orthogonale d'axe $\mathcal{D}$. Soit M un point du plan. Construire $\sigma(M)$. Réciproquement, soit σ une réflexion orthogonale, et supposons donnés un point A et son image $\sigma(A)$. Construire $\mathcal{D}$.

Exercice 5. On donne un point O, et ϕ l'homothétie de centre O et de rapport $5/8$. Soit M un point du plan. Construire $\phi(M)$. Remarque : ceci marche pour tout rapport rationnel. Variante : on donne deux points A et B, partager le segment $[AB]$ en sept parties égales.

Exercice 6. Soit ϕ une homothétie. On donne deux points A et B, ainsi que leurs images $\phi(A)$ et $\phi(B)$. Le centre de l'homothétie n'est pas donné. Le construire, y compris si les quatre points donnés sont alignés.

Exercice 7. Soit O un point.
1. Si M est un point du plan, construire ses images par les rotations de centre O et d'angles $\pi/2$, $\pi/3$, $\pi/4$, $\pi/6$ et $\pi/8$.
2. On donne un triangle auxiliaire ABC et on considère l'angle $\widehat{BAC}$. Soit ρ la rotation de centre O et d'angle α. Si M est un point du plan, construire $\rho(M)$.

Exercice 8. Soit ρ une rotation du plan. On donne deux points A et B, ainsi que leurs images $\rho(A)$ et $\rho(B)$. Construire le centre de la rotation, en distinguant deux cas.

* * * * * *Barycentres* * * * * *

Exercice 9. Soit ABC un triangle, et G son centre de gravité. Rappeler en utilisant des barycentres, pourquoi le barycentre est sur les médianes, et pourquoi il est ≪ aux deux tiers des médianes en partant des sommets ≫ ainsi que le sens de cette affirmation en termes de vecteurs ou de barycentres.

Exercice 10. On donne deux points distincts A et B. Construire le barycentre G_1 de $(A,1)$ et $(B,2)$, le barycentre G_2 de $(A,2)$ et $(B,3)$ et le barycentre G_3 de $(A,2)$ et $(B,-3)$.

Exercice 11. On donne un quadrilatère $ABCD$. Construire l'isobarycentre des quatre points. Construire le barycentre de $(A,1)$, $(B,1)$, $(C,3)$ et $(D,3)$. Construire l'isobarycentre des sommets d'un pentagone.

Exercice 12. De façon générale, soient $A_1, ..., A_n$ des points. Pour tout $k \in [\![1,n]\!]$ on note G_k l'isobarycentre de $A_1, ..., A_k$. Exprimer G_n comme barycentre de G_{n-1} et A_n.

Exercice 13. On donne ABC un triangle. Construire le barycentre G de $(A,1)$, $(B,2)$ et $(C,3)$, et le barycentre G' de $(A,1)$, $(B,3)$ et $(C,-3)$. Montrer que (AG') et (BC) sont parallèles.

** * * * * Longueurs constructibles * * * * **

Exercice 14. On donne deux points A et B. Construire sur la droite (AB) des points C, D et E tels que $AC = \frac{1}{\sqrt{2}}AB$, $AD = \sqrt{2}AB$ et $AE = \sqrt{3}AB$.

Exercice 15. (construction du produit et de l'inverse de deux mesures données) On donne trois points O, A et B alignés, et un quatrième point I tel que $OI = 1$ servant uniquement d'étalon. Construire sur la droite (AB) des points C et D tel que $OC = OA \times OB$ et $OD = \frac{OA}{OB}$. On pourra utiliser le théorème de Thalès.

Exercice 16. Soient O, I et A trois points alignés tels que $OI = 1$ et tels que I appartient à la demi-droite $[OA)$ Soit I' le symétrique de I par rapport à O, soit $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre $I'A$, et soit F l'une des intersections du cercle $\mathcal{C}$ avec la perpendiculaire à (OA) passant par O. Montrer que $OF = \sqrt{OA}$.

** * * * * Indications * * * * **

Exercice 5 : Utiliser la règle et le compas pour construire une règle graduée, puis utiliser Thalès.

Exercice 8 : utiliser le premier exercice, dans un des cas.